Jan Hartmann

Zur Leistungsberechnung von Kolbenmaschinen

Arbeit und Leistung

Die vorliegenden Ausführungen sind aus der Erfahrung entstanden, daß die Ermittlung der Leistung einer Kolbenmaschine nicht ganz so einfach zu verstehen ist, wie man annehmen könnte, zumal auch die Lehrbücher i. a. leider keine Begründung für die einschlägigen Formeln bringen. Deshalb sollen die Zusammenhänge hier einmal ausführlich dargestellt werden. Sie gelten mit gewissen Änderungen für alle Arten von Kolben-Kraftmaschinen, als Beispiel werden hier aber doppeltwirkende Kolbendampfmaschinen (also vor allem Lokomotiv- und Schiffsmaschinen) herangezogen.

Grundlegend für die folgenden Überlegungen sind die Begriffe „Arbeit" und „Leistung".

„Arbeit", Symbol W (vom englischen „work"), Einheit [Nm] (Newton-Meter), ist erklärt als das Produkt aus Kraft (F in [kg m/s^2 = N]) und parallel zur Kraftrichtung zurückgelegtem Weg (s in [m]). Die hierbei geleistete Arbeit ist:

$$\langle 1\rangle\ W = F \cdot s \quad [\mathrm{Nm}].$$

„Leistung", Symbol P (vom englischen „power"), Einheit [W] (Watt) und [kW], ist erklärt als die in der Zeiteinheit (t in [s]) geleistete Arbeit, deshalb ist die Einheit eigentlich [Nm/s], wofür aber [W] eingeführt worden ist:

$$\langle 2\rangle\ P = W / t \quad [\mathrm{Nm/s}] = [\mathrm{W}].$$

Zur Veranschaulichung folgendes Beispiel: Jemand hat 15 Kisten von gut 12 kg Masse 4,50 m hoch ins erste Stockwerk zu tragen. Die Gewichtskraft einer Kiste ist

$F = m \cdot g = 12\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \mathrm{m/s^2} \approx 120\ \mathrm{N}.$

Nach <1> beträgt die Gesamtarbeit:

$W = 15 \cdot 120\ \mathrm{N} \cdot 4{,}5\ \mathrm{m} = 8.100\ \mathrm{Nm}.$

Hierzu einige Anmerkungen:

a) Der Mann muß natürlich auch seine eigene Masse (etwa 75 – 100 kg) mehrfach in die Höhe bewegen. Davon wird hier aber abgesehen, es geht nur um die Bewegung der Kisten.

b) Die einzige Kraft, die hier primär wirkt, ist die aus der Erdanziehung resultiernde Gewichtskraft, sie ist vertikal gerichtet. Die Bewegungsrichtung wird z. T. auch horizontal sein. Bei horizontalen Wegen ist in diesem Fall die Gleichung <1> aber nicht anwendbar, weil Kraft und Weg nicht parallel sind. Im physikalischen Sinn wird deshalb Arbeit nur während der vertikalen Bewegung der Massen geleistet.

c) Nimmt man Gleichung <1> als Grundlage, so ist die Arbeit positiv, wenn Kraft und Bewegung nicht nur parallel sondern auch gleich gerichtet sind. Sind sie zwar parallel aber entgegengesetzt gerichtet, so ist die Arbeit negativ.

d) Da zu jeder Kraft eine entgegengesetztgerichtete, gleich große Gegenkraft gehört, gilt dies genau so auch für die Arbeit. Es kommt also darauf an, wie man den Fall betrachtet:

- Der Kistenträger des Beispiels muß für jede Kiste eine Kraft von 120 N aufbringen, die wie der Weg vertikal nach oben gerichtet ist. Er leistet also positive Arbeit, d. h. Arbeit, die nutzbar ist, eben um die Kiste in die Höhe zu befördern.
- Sieht man dagegen die einzelne Kiste an, so ist ihre Gewichtskraft vertikal nach unten, ihre Bewegung vertikal nach oben gerichtet. Es entsteht also negative Arbeit, die absolut die gleiche Größe hat wie die positive Arbeit. Diese negative Arbeit ist nun in der Kiste gespeichert (als „Arbeitsvermögen" oder „Energie"). Sie ist z. B. zu nutzen, indem die Kiste ohne weiteren Arbeitsaufwand „von selbst" den Weg wieder nach unten zurücklegt, wenn man ihr das erlaubt.
- Im letzteren Fall sind für die Kiste nun wieder Kraft- und Bewegungsrichtung gleich, die Arbeit ist also positiv und kann sich z. B. in der Zerstörung äußern, die die Kiste anrichtet, wenn sie frei fällt. Dabei wird die vorhandene Energie zum großen Teil in Wärme (und Lärm) umgewandelt.
- Bei den geschilderten Vorgängen wird also keine Energie (=Arbeitsvermögen) verbraucht, sondern nur umgewandelt. Letztlich entsteht Wärme, allerdings mit immer abnehmender Temperatur, so daß man schon sehr bald nichts mehr damit anfangen kann. In der Wärmelehre bezeichnet man das als Entropie, je höher diese ist, desto weniger technisch nutzbar ist die Wärme. Nur insofern darf man von „Energievernichtung" sprechen.

In welcher Zeit die oben berechnete Arbeit getan wurde, ist für die Arbeit selbst unerheblich. Wenn auch die Zeit eine Rolle spielt, so kommt der Leistungsbegriff ins Spiel. Wenn der Mann die Kisten in 30 Minuten (= 30 · 60 s) transportiert, so hat er während dieser Zeit durchschnittlich geleistet:

$P = W / t$

$= 8.100\ \mathrm{Nm} / (30 \cdot 60)\ \mathrm{s} = 4{,}5\ \mathrm{Nm/s} = 4{,}5\ \mathrm{W}$

Läßt er sich aber mit den 15 Kisten eine Stunde Zeit, so ist die durchschnittliche Leistung nur halb so hoch:

$P = W / t$

$= 8.100\ \mathrm{Nm} / (60 \cdot 60)\ \mathrm{s} = 2{,}25\ \mathrm{W}$

Dieses Ergebnis leuchtet ohne weiteres ein: Gleiche Arbeit, über längere Zeit verteilt, erfordert weniger Leistung. Man sollte sich den grundsätzlichen Unterschied zwischen den beiden Begriffen „Arbeit" und „Leistung" klarmachen:

- „Arbeit" hat mit Menge zu tun. Wenn jemand eine Stunde gleichmäßig arbeitet, so hat er doppelt so viel Arbeit erbracht, als wenn er nur eine halbe Stunde gearbeitet hat. In Bezug auf obiges Beispiel hat er also statt 15 Kisten nun 30 transportiert.
- „Leistung" ist dagegen eine Zustandsbeschreibung. Der Mann leistet in jeder Minute während des betrachteten Zeitraumes in beiden Fällen physikalisch gleichviel unabhängig davon, ob er zum Schluß 15 Kisten in einer halben Stunde oder 30 Kisten in einer Stunde geschleppt hat.

Je höher die Leistung, desto eher ist die Arbeit verrichtet. Da der allgemeine Sprachgebrauch die Begriffe Arbeit und Leistung nicht so genau voneinander unterscheidet, seien zwei Beispiele angefügt:

- Ein mit 20 km/h fahrender Zug ist nach 6 Minuten Fahrt 2 km weit gekommen. Bei gleicher Geschwindigkeit (Zustandsbeschreibung, entspricht der Leistung) legt derselbe Zug in 12 Minuten 4 km (Mengenbeschreibung, entspricht der Arbeit) zurück.
- Wenn ein Lokschlosser ein stählernes Werkstück biegen möchte, erwärmt er es mit dem Brenner, bis es glüht und leicht zu biegen ist. Mit großer Flamme wird ein größerer Wärmestrom (entspricht der Leistung) zugeführt, so daß das Werkstück eher die entsprechende Wärmemenge (entspricht der Arbeit) aufgenommen hat als bei Erwärmung mit einer kleineren Flamme. Die aufgenommene Wärmemenge ist gekennzeichnet durch Temperatur und Materialmenge, vergleichbar in obigem Beispiel mit Stockwerkshöhe und Menge der Kisten.

Man kann die Einheiten der Gleichung <2> rein formal auch so lesen:

$$[\mathrm{Nm / s}] = [\mathrm{N} \cdot (\mathrm{m/s})]$$

Da die Einheit [m/s] eine Geschwindigkeit bedeutet, ist die Leistung also auch zu erklären als das Produkt aus einer Kraft und einer Geschwindigkeit, wobei Kraft (F in [N]) und Geschwindigkeit (v in [m/s]) wieder parallel sein müssen:

$$\langle 2a\rangle\ P = F \cdot v \quad [\mathrm{Nm / s} = \mathrm{W}]$$

Auch diese Erklärung (es gibt noch eine Anzahl weiterer, siehe z. B. <12>) ist einleuchtend. Man schiebe eine schwere Last einmal langsam und einmal schnell. Man fühlt sehr deutlich, daß man im zweiten Fall mehr „leisten" muß.

Das Indizieren

Das Indizieren geht schon auf James Watt zurück und erfaßt die Vorgänge im Zylinder der Maschine recht gut. Der Dampfdruck ist im Zylinder ja nicht immer gleich hoch (das ist er nämlich nur bei den handelsüblichen Spielzeugdampfmaschinen), sondern expandiert im Zylinder unter entsprechendem Druckabfall. Beim Indizieren mißt man in einer Zylinderhälfte fortlaufend den gerade herrschenden (Dampf)Druck (p in [N/cm^2]) und schreibt diesen in Abhängigkeit der momentanen Stellung des Kolbens im Zylinder auf. Da der Kolben hin- und hergeht und der Prozeß sich nach einer Radumdrehung wiederholt, ergibt sich eine geschlossene Indizierkurve, die mathematisch gesprochen wird: „Funktion des Druckes über den Weg" und geschrieben: p = f (s).

Der obere Ast der Kurve (s. oben rechts, für nur eine Zylinderhälfte abgebildet) gibt den Druck im Zylinder an, der herrscht, während der Dampf den Kolben vor sich her treibt. Da hierbei die auf den Kolben wirkende Dampfkraft und die Bewegungsrichtung des Kolbens gleichgerichtet sind, gibt der Kolben Arbeit ab. Wenn der Kolben zurückgeht, sind Dampfkraft und Bewegung zwar weiterhin parallel, nun aber entgegengesetzt gerichtet. Daher wird negative Arbeit geleistet, d. h. es muß von außen Arbeit aufgewendet werden, um diese Bewegung hervorzurufen: Dann wird der Kolben durch den Schwung eines Schwungrades bzw. drehender Triebwerksteile von der Kolbenstange zurückgezogen und zugleich vom Dampfdruck in der anderen Zylinderhälfte geschoben.

Die beiden Äste der Indizierkurve kann man sich aus lauter kleinen, waagerechten Stücken zusammengesetzt vorstellen. Für so ein Teilstückchen kann man jeweils das Produkt nach Gleichung <1> bilden, das eine Teilarbeit darstellt. Wegen des Mengencharakters der Arbeit kann man anschließend die Teilarbeiten addieren. Die schraffierten Flächen geben einmal die positive, einmal die negative Arbeit an, die während eines Kolbenhubes geleistet wird. Die Differenz der beiden Flächen ist dann die wirklich nutzbare Arbeit.

Um die Größe der nutzbaren Arbeit zu bekommen, muß man – auf welchem Wege auch immer – den Inhalt der Differenzfläche ermitteln. Man hat dann die nutzbare Arbeit W_1 der einen Zylinderhälfte während einer ganzen Umdrehung der Kurbelwelle. Entsprechend ergibt sich die nutzbare Arbeit W_2 der anderen Zylinderhälfte während der selben Umdrehung. Beide zusammen sind die Nutzarbeit des ganzen Zylinders während der betreffenden Umdrehung. Man beachte aber, daß beide Arbeiten nicht gleichzeitig entstehen, denn, wie oben erläutert, leistet in jedem Moment immer nur eine Zylinderhälfte positive Arbeit, die andere dagegen negative. Die Arbeit der Zylinderhälfte ist mit F_{m1} als mittlerer Kraft in der Zylinderhälfte:

<3> $W_1 = F_{m1} \cdot s$ [Nm]

Diese positive Arbeit wird während einer halben Umdrehung erbracht. Man mache sich klar, daß Zylinderhälfte 1 während der zweiten Halbumdrehung Arbeit aufnimmt. Wenn man jetzt also aus W_1 die Leistung berechnen will, so ist die dafür maßgebende Zeit die Dauer einer Halbumdrehung, $t_{180°}$ [s]:

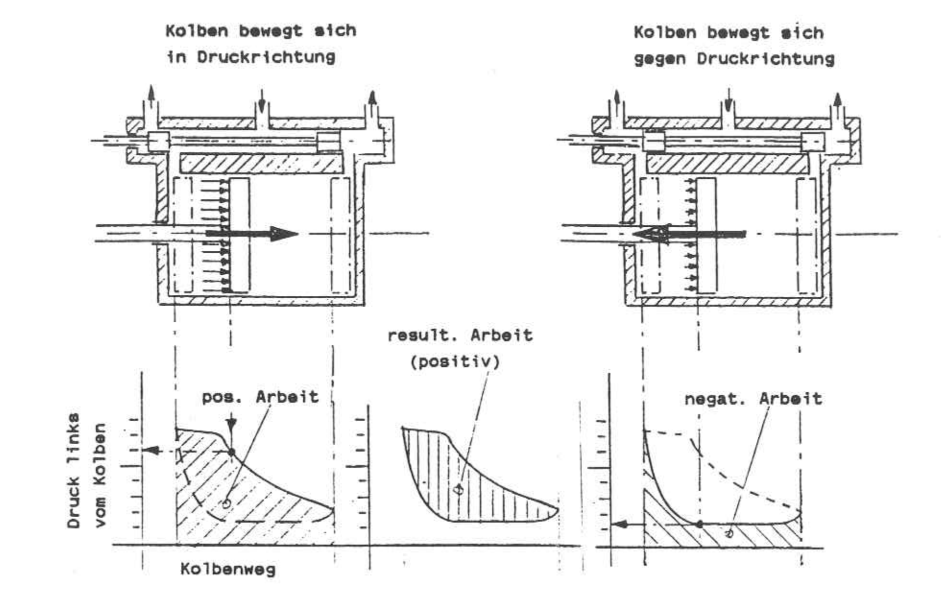
<4> $P_1 = W_1 / t_{180°}$ [Nm/s = W]

Praktisch rechnet man allerdings meist nach Gleichung <2a>. Dazu wird die mittlere Kraft F_m [N] bestimmt, die während der ganzen Umdrehung auf den Kolben wirkt. F_m ist das Produkt aus dem mittleren Druck p_m [N/cm²] in der Zylinderhälfte und der Fläche A_K [cm²] des Kolbens. Um p_m zu erhalten, ermittelt man den Inhalt der Differenzfläche des Indikatorschriebes und teilt ihn durch die dem Kolbenhub entsprechende Strecke. Ersteres kann durch Planimetrieren geschehen oder durch Zerlegen der Fläche in Rechtecke. In beiden Fällen ergibt sich p_m als Strecke in [mm], erst durch Multiplizieren mit dem Druckmaßstab des Schriebes R [(N/cm²)/mm] erhält man den Druck. Man beachte, daß p_m eine Rechengröße ist, die zu keiner Zeit direkt als Druck zu messen ist.

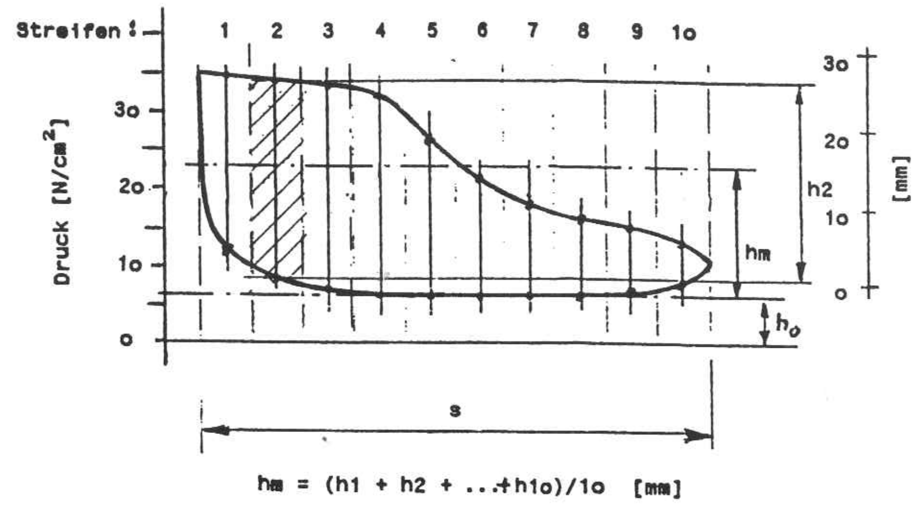
Die mittlere Geschwindigkeit v_m [m/s] ist gleich dem Weg des Kolbens während einer Umdrehung (d. h. dem zweifachen Kolbenhub) dividiert durch die für eine Umdrehung benötigte Zeit $t_{360°}$ [s] oder multipliziert mit der Zahl der Umdrehungen je Sekunde n [1/s]. Für die Leistung der Zylinderhälfte 1 gilt also nach <2a>:

<5> $P_1 = p_{m1} \cdot A_{K1} \cdot 2 \cdot s \cdot n$ [Nm/s = W]

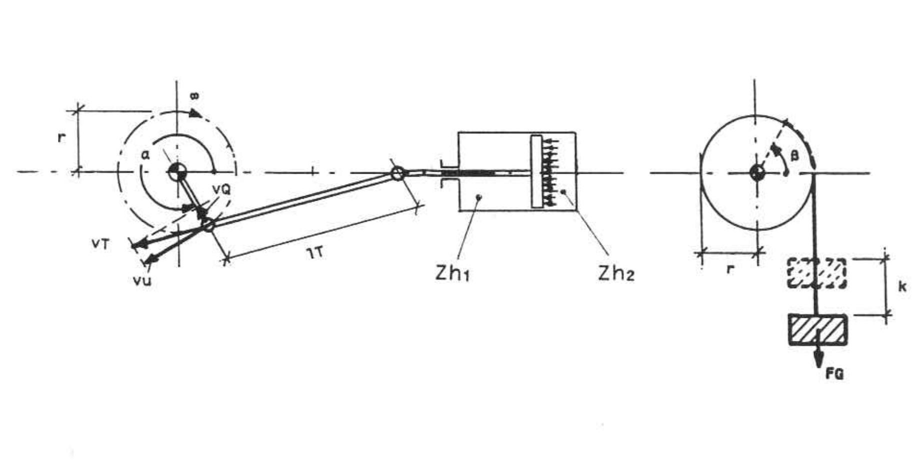
Diese Leistung entsteht während einer halben Umdrehung, denn nur in dieser Zeit wird von Zylinderhälfte 1 positive Arbeit geleistet. Während der zweiten Halbumdrehung erbringt die andere Zylinderhälfte die Leistung P_2, die analog berechnet wird und i. a. ungefähr gleich P_1 ist. Die Gesamtleistung des Zylinders während der untersuchten Umdrehung ist dann der Mittelwert aus P_1 und P_2 (die Gesamtleistung wird nun als „indizierte Leistung", P_i bezeichnet):



Entstehung der Indizierkurven



Rechnerische Zerlegung der Indizierkurve in Rechtecke der Arbeit



Geometrische Verhältnisse des Kurbeltriebes sowie Kraft, Hebelarm und Drehmoment

$$\langle 6\rangle\ P_i = (P_1 + P_2) / 2 \quad [\mathrm{Nm/s} = \mathrm{W}]$$

Der Grund dafür, daß P_i nicht die Summe der Teilleistungen ist, liegt darin, daß diese eben nicht gleichzeitig, sondern um 180° Kurbelwinkel gegeneinander versetzt entstehen. Hier kommt der Zustandscharakter der Leistung zur Auswirkung: Tatsächlich wird während der ersten Halbumdrehung im Mittel P_1 während der zweiten im Mittel P_2 geleistet, während der ganzen Umdrehung also der Mittelwert aus beiden.

Der vorstehende Sachverhalt wird in Lehrbüchern oft so dargestellt, daß in der Formel für P_i die Mittelwerte für A_K und p_m eingesetzt werden:

$$\langle 7\rangle\ P_i = (A_{K1} + A_{K2}) \cdot 0{,}5 \cdot (p_{m1} + p_{m2}) \cdot 0{,}5 \cdot 2 \cdot s \cdot n$$

Da dies aber weniger einleuchtend ist, wird empfohlen, die Teilleistungen P_1 und P_2 einzeln nach <5> und dann die Gesamtleistung P_i nach <6> auszurechnen. Der Mehraufwand ist minimal, als großer Vorteil ist zusätzlich zu der größeren Anschaulichkeit zu verbuchen, daß man ohne weiteres auch die Verteilung der Leistung auf die beiden Zylinderhälfte erhält, was wichtig ist.

Sind mehrere Zylinder vorhanden, so werden deren nach <6> berechnete Leistungen wirklich gleichzeitig (d. h. während der selben Kurbelumdrehung) erbracht. Deshalb sind sie zu addieren, um die Gesamtleistung der Maschine zu bekommen.

TD-Verfahren

Beim Treibstangen-Dehnungs-Verfahren (TD-Verfahren) wird fortlaufend die Dehnung $\varepsilon(\alpha)$ [1] in der Treibstange gemessen. Durch Multiplikation mit dem Elastizitätsmodul E [$\mathrm{N/cm^2}$] und dem Querschnitt der Treibstange A_T [$\mathrm{cm^2}$] erhält man daraus nach <8> die bei einem bestimmten Kurbelwinkel α [°] jeweils in der Stange wirkende Kraft $F_T(\alpha)$ [N] (dies gehört in die Elastizitätslehre und wird deshalb hier nicht weiter erläutert):

$$\langle 8\rangle\ F_T(\alpha) = \varepsilon(\alpha) \cdot E \cdot A_T \quad [\mathrm{N}]$$

Aus der Drehzahl n [1/s] der Maschine und den geometrischen Verhältnissen des Kurbeltriebes kann man für jeden Kurbelwinkel α die Geschwindigkeit $v_T(\alpha)$ [m/s] der Treibstange parallel zu ihrer jeweiligen Richtung be rechnen. Die Gleichung sei hier ohne Ableitung angegeben mit $\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$ [1/s] als Winkelgeschwindigkeit, gleichbedeutend als Zahl der je Sekunde durchlaufenden Vollkreise:

$$\langle 9\rangle\ v_T(\alpha) = \omega \cdot r \cdot \cos(90° - \alpha - \arcsin[(r \cdot \sin\alpha)/l])$$

Damit ist nach Gleichung <2a> wieder die jeweilige Leistung $P_T(\alpha)$ bestimmt.

Die Gesamtleistung des Zylinders ist der Mittelwert aus allen berechneten $P_T(\alpha)$. Man könnte auch bei dem TD-Verfahren wieder mit Mittelwertbildungen für F_T und v arbeiten. Das wäre aber umständlich. Außerdem bietet das TD-Verfahren die Möglichkeit, für jeden Kurbelwinkel α das Drehmoment anzugeben, woraus u. a. die verrichtete Arbeit zu entnehmen ist. Dies soll hier geschehen, um zu zeigen, wie auch hier Arbeit und Leistung zusammenhängen:

Bei einer Drehbewegung ist die Arbeit erklärt als das Produkt aus dem Drehmoment und dem Drehwinkel. Das Drehmoment seinerseits ist das Produkt aus einer Kraft und dem Hebelarm der Kraft (letzterer ist stets senkrecht zur Kraftrichtung zu messen). Dreht man beispielsweise ein Rad um den Winkel β, so entspricht dem auf dem Radumfang eine Strecke $k = r \cdot \beta$ [m] (Der Winkel ist im Bogenmaß anzugeben, der Vollkreis von 360° entspricht $2\pi = 6{,}28$ und der Winkel 1° dem Bogenmaß 0,0174). Um diese Strecke wird die Gewichtskraft F_G entgegen ihrer Richtung gehoben. Man erbringt dabei also Arbeit. Das Moment mit r = Hebelarm der Kraft [m] ist:

$$\langle 10\rangle\ M_D = F \cdot r \quad [\mathrm{Nm}]$$

Dabei ist die Arbeit:

$$\langle 11\rangle\ W_M = F \cdot k = F \cdot r \cdot \beta = M_D \cdot \beta \quad [\mathrm{Nm}]$$

Die Leistung folgt der Gleichung <2>. Bei fortlaufend drehenden Maschinen geht man zweckmäßigerweise mit der Winkelgeschwindigkeit in die Gleichung, was dann <2a> entspricht:

$$\langle 12\rangle\ P_T = M_D \cdot \omega \quad [\mathrm{Nm/s} = \mathrm{W}]$$

Zahlenbeispiel

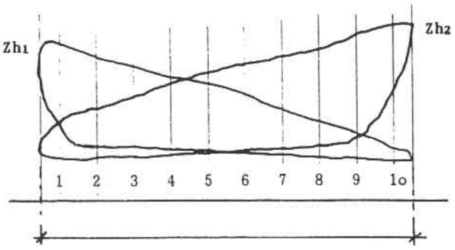
Die vorstehenden Ausführungen sollen jetzt durch ein ausführliches Zahlenbeispiel verdeutlicht werden. Ausgegangen wird von Meßergebnissen von einem Zylinder einer kleineren Schiffsmaschine. Um kleinere Zahlen zu bekommen, wird für Flächen meist die Einheit [$\mathrm{m^2}$] verwendet. Man muß stets bedenken, daß die Messung selbst und die Ablesung immer mit Fehlern behaftet sind und daß auch der Papierverzug nennenswert sein kann. Deswegen ist eine übertriebene Genauigkeit bei der Rechnung unangebracht. Wenn daher hier alle Zahlen auf drei Stellen gerundet werden, so ist das schon genauer, als das Ergebnis wirklich ist.

Indizieren

Die Abbildung zeigt die Indikatorschriebe für die beiden Zylinderhälften. Die wichtigen Daten der Maschine sind darunter eingetragen. Die genaue Drehzahl wurde aus der TD-Messung übernommen. Auf der gleichen Seite folgt die Auswertung.

Im Indikatorschrieb ist die Einteilung eingezeichnet. Die Berechnung von p_m ist nur für Zylinderhälfte 1 angegeben, für Zylinderhälfte 2 ist sie entsprechend. Genau so gut kann man planimetrieren. A_2 ist kleiner als A_1 weil bei Zylinderhälfte 2 der Kolbenstangenquerschnitt abzuziehen ist.

Zahlenbeispiel "Indizieren"



Indikatorfeder : $R = 10$ [mm/bar] = 1 [$\mathrm{mm/(N/cm^2)}$]

Grunddaten

Kolben-ø		= 480	[mm]
Kolbenstangen-ø		= 123	[mm]
Kolbenhub	s	= 900	[mm]
Drehzahl	n	= 86,5	[1/min] n_s = 1,44 [1/s] [1]
Zeit f. 1 Umdr.	$t_{360°}$	= 0,694	[s]

[1] aus Dehnungsschrieb

Zh1
$h_{m1} = (\Sigma h)/10 = (18{,}1+20{,}1+17{,}9+16{,}2+14{,}8+13{,}1+10{,}0+8{,}0+5{,}5+2{,}7)/10$
$= 126{,}4/10 = 12{,}6$ [mm]
$p_{m1} = h_{m1} \cdot R = 12{,}6 \cdot 1 = 12{,}6$ [$\mathrm{N/cm^2}$]
$= 12{,}6 \cdot 10^4$ [$\mathrm{N/m^2}$]

$A_{K1} = 0{,}48^2 \cdot \pi/4 = 0{,}181$ [$\mathrm{m^2}$]

$F_{m1} = p_{m1} \cdot A_{K1} = 12{,}6 \cdot 10^4 \cdot 0{,}181 = 22\,800$ [N]

Arbeit : $W_1 = F_{m1} \cdot s = 22\,800 \cdot 0{,}9 = 20\,500$ [Nm]

Leistung : $P_1 = W_1/(0{,}5 \cdot t_{360°}) = 20\,500/(0{,}5 \cdot 0{,}694) = 59\,100$ [W] = 59,1 [kW]
Leistung nach Gleichung <4> :
$P_1 = F_{m1} \cdot v_K = F_{m1} \cdot 2 \cdot s/t_{360°} = 22\,800 \cdot 2 \cdot 0{,}9/0{,}694 = 59\,100$ [W]

Zh2 Entsprechende Rechnung ergibt :
$p_{m2} = 16{,}5 \cdot 10^4$ [$\mathrm{N/m^2}$]
$A_{K2} = 0{,}169$ [$\mathrm{m^2}$]
$F_{m2} = 27\,900$ [N]
$W_2 = 25\,100$ [W]
$P_2 = 72\,300$ [W] = 72,3 [kW]

Ges.leistung
a) über d. Arbeit : $P_i = (W_1+W_2)/t_{360°} = 45\,600/0{,}694 = 65\,700$ [W] = 65,7 [kW]
b) üb. d. Leistg : $P_i = (P_1 + P_2)/2 = 131\,400/2 = 65\,700$ [W] = 65,7 [kW]

Verhältnis d. Zh-Leistungen $P_1/P_2 = 59{,}1 / 72{,}3 = 0{,}817$

Berechnung nach Formel <7>

$$P = (A_{K1}+A_{K2}) \cdot 0{,}5 \cdot (p_{m1}+p_{m2}) \cdot 0{,}5 \cdot 2 \cdot s \cdot n_s$$
$$= (0{,}181+0{,}169) \cdot 0{,}5 \cdot (12{,}6+16{,}5) \cdot 10^4 \cdot 0{,}5 \cdot 2 \cdot 0{,}9 \cdot 1{,}44$$
$$= 66\,100\ [\mathrm{W}] = 66{,}1\ [\mathrm{kW}]$$

Schriebe einer Indikatormessung beider Zylinderhälften mit Auswertung

Nach Formel <7> und mit den Zahlen der vorigen Rechnung:

$P_i = (0{,}181 + 0{,}169) \cdot 0{,}5 \cdot (12{,}6 + 16{,}5) \cdot 10^4 \cdot 0{,}5 \cdot 2 \cdot 0{,}9 \cdot 1{,}44 = 66.000$ [W] = 66,0 [kW]

Der Unterschied von etwa 0,5 % gegenüber dem abgebildeten Ergebnis ergibt sich aus Rundungen.

TD-Verfahren

Nebenstehende Abbildung zeigt den TD-Schrieb, wie er für die Auswertung der betreffenden Umdrehung aufbereitet worden ist. Der Schrieb zeigt in der zweiten Halbumdrehung ein ganz außergewöhnliches Bild, das auf einen Lagerschaden im Kreuzkopflager zurückzuführen ist. Für die Auswertung ist das aber ohne Belang. Man kann sich fragen, ob man die Kurve der Dehnungen vor Ablesung der Werte glätten sollte. Das ist hier nicht geschehen, es brächte auch nur unwesentlich andere Ergebnisse. Da es sich um ein elektrisches Meßverfahren handelt, sind die Dehnungen zunächst in Spannungen [V] aufgezeichnet. Den Maßstab der Schaltung hat die Meßgruppe zu liefern, er betrug hier 1 V ⇔ 38,5 µm/m. Auf einem Rechenblatt (s. rechts unten) die ganze Auswertung zusammengefaßt worden, das Ergebnis ist:

$P_T = 62{,}6$ kW.

Daß P_T kleiner als P_i ist, ist verständlich, da zwischen dem Kolben und der Treibstange verschiedene Reibungsverluste auftreten. Die Größenordnung des Unterschiedes paßt gut zu Überschlagsrechnungen nach Angaben aus dem Lokomotivbau. Die unterschiedlichen Zahlen für die Leistungsverteilung auf die Zylinderhälfte (0,900 beim Indizieren gegenüber 0,870 beim TD-Verfahren) sind auf die ungewöhnliche Ausbildung des Dehnungsschriebes zwischen 180° und 360° Kurbelwinkel zurückzuführen, die vom Indikator nicht erfaßt wird.

Berechnung von P_T aus der Arbeit:

Zylinderhälfte 1, Kurbelwinkel 0° bis 180°: Für diesen Bereich ist die Summe der neun errechneten Momente:

$\Sigma M_T(\alpha) = 57.400$ Nm.

$M_{T1} = 57.400$ Nm / 9 = 6.380 Nm.

Der Winkel beträgt: $\beta = 180° \Leftrightarrow \pi = 3{,}14$

Nach Gleichung <11> ist:

$W_1 = M_{T1} \cdot \beta = 6.380$ Nm $\cdot$ 3,14 = 20.000 Nm.

Zylinderhälfte 2, Kurbelwinkel 180° bis 360°:

$\Sigma M_T(\alpha) = 66.800$ Nm

$W_2 = 23.300$ Nm

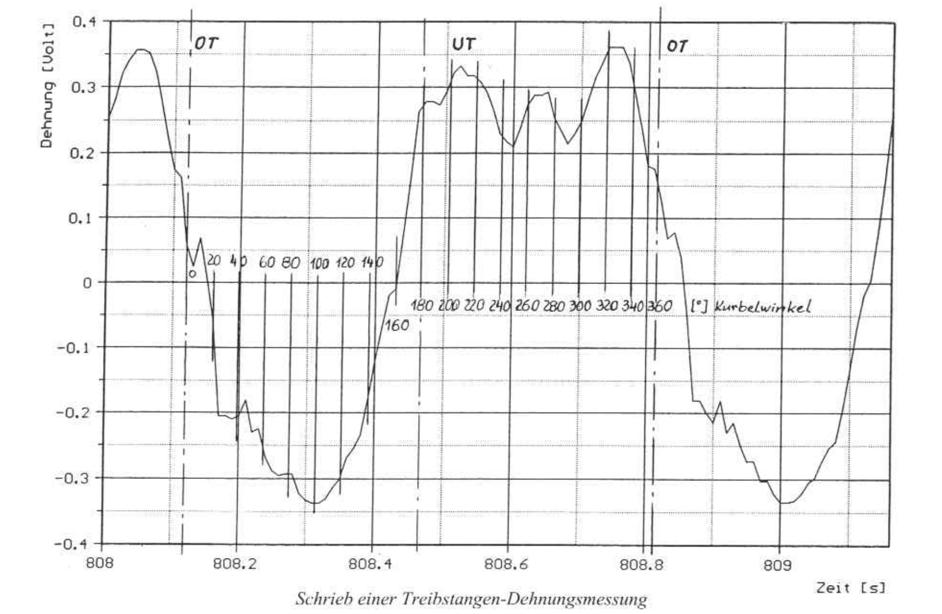
$W = W_1 + W_2 = 43.300$ Nm

Gesamtleistung nach Gleichung <2>:

$P_T = W / t_{360°} = 43.300$ Nm / 0,694 s
$= 62.400$ W = 62,4 kW.

Der Unterschied gegenüber der Auswertung nach Abb. 9 beträgt etwa 0,3 % der dortigen Leistung und ist auf Rundungen zurückzuführen.

Die Leistungsermittlung über die Arbeit ist hier wie auch beim Zahlenbeispiel Indizieren (s. links unten) nur zur Vertiefung angeführt. Bei der normalen Arbeit wird man direkt nach Gleichung <2a> bzw. nach der Rechnung (s. rechts unten) vorgehen.



Schrieb einer Treibstangen-Dehnungsmessung

Meßschrieb-Nr. Zeit Uhrzeit

Zeit für 1 Kurbelumdrehung¹⁾ $t_{360°} = 0{,}694$ [s]

Drehzahl $n_s = 1/t_{360°} = 1{,}44$ [1/s]

$n = n_s \cdot 60 = 86{,}45$ [1/min]

Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2 \cdot \pi \cdot n_s = 9{,}05$ [1/s]

Treibstange Länge $l_T = 190$ [cm]

" Querschnitt $A_T = 119$ [cm²]

Kurbelradius $r = 45{,}0$ [cm]

Dehnung bei Winkel α [1] : $a(\alpha)$ [mm]

Maßstab des Schriebes[1]: $b = 0{,}00564$ [V/mm]

Maßstab der Schaltung[2]: $c = 38{,}5$ [10^{-6}/V]

$\epsilon = a(\alpha) \cdot b \cdot c$ [10^{-6}] : $b \cdot c = 0{,}217$ [10^{-6}/mm]

Kraft $F_T(\alpha) = \epsilon(\alpha) \cdot E \cdot A_T$ [N] : $E = 2{,}1 \cdot 10^7$ [N/cm²]

$E \cdot A_T = 2500$ [N·10⁶]

Geschwindigkeit der Treibstange in ihrer Eigenrichtung :

$v_T(\alpha) = -\omega \cdot r \cdot \cos(90° - \alpha - \arcsin((r \cdot \sin\alpha)/l_T))$ [cm/s]

Leistung in der Treibstange :

$P_T(\alpha) = F_T(\alpha) \cdot v_T(\alpha)$ [Ncm/s] $= 10^{-5} \cdot F_T(\alpha) \cdot v_T(\alpha)$ [kW]

Drehmoment $M(\alpha) = F_T(\alpha) \cdot h(\alpha)/100$ [Nm]

Hebelarm $h(\alpha) = r \cdot \cos(90° - \alpha - \arcsin((r \cdot \sin\alpha)/l_T))$ [cm]

[1] Aus Schrieb abgelesen [2] Angabe der Meßgruppe

Zylinderhälfte 1 (Zh_1)

α [°]	a(α) [mm]	ε(α) [10⁻⁶]	$F_T(\alpha)$ [N]	$v_T(\alpha)$ [cm/s]	$P_T(\alpha)$ [kW]	$M_T(\alpha)$ [Nm]
0	+9,8	+ 2,13	+ 5 320	0	0,0	0
20..	-9,5	- 2,06	- 5 150	-169	+ 8,71	+ 966
40	-36,5	- 7,92	- 19 800	-305	+ 60,4	+ 6 700
60..	-44,3	- 9,61	- 24 000.	-385	+ 92,6	+10 300
80	-51,8	-11,2	- 28 000	-405	+113,0	+12 600
100..	-59,5	-12,9	- 32 200	-372	+120,0	+13 300
120	-52,5	-11,4	- 28 500	-302	+ 86,1	+ 9 550
140..	-30,4	- 6,60	- 16 500	-210	+ 34,7	+ 3 850
160	- 1,5	- 0,326	- 815	-107	+ 8,75	+ 97
180..	+48,3	+10,5	+ 26 200	0	0,0	0

$\Sigma P_T(\alpha)_1 = +524{,}0$

$P_{T1} = +524{,}0 / 9 = 58{,}2$ [kW]

Zylinderhälfte 2 (Zh_2)

α [°]	a(α) [mm]	ε(α) [10⁻⁶]	$F_T(\alpha)$ [N]	$v_T(\alpha)$ [cm/s]	$P_T(\alpha)$ [kW]	$M_T(\alpha)$ [Nm]
180	+48,3	+10,5	+ 26 200	0	0,0	0
200..	+55,2	+12,0	+ 30 000	+107	+ 32,2	+ 3 570
220	+55,3	+12,0	+ 30 000	+210	+ 63,1	+ 7 000
240..	+39,9	+ 8,66	+ 21 600	+302	+ 65,4	+ 7 260
260	+48,6	+10,5	+ 26 200	+372	+ 97,6	+10 800
280..	+44,7	+ 9,70	+ 24 200	+405	+98,2	+10 900
300	+44,1	+ 9,57	+ 23 900	+385	+92,2	+10 200
320..	+63,3	+13,7	+ 34 200	+305	+104,0	+11 600
340	+54,0	+11,7	+ 29 200	+169	+ 49,5	+ 5 490
360..	+27,1	+ 5,89	+ 14 700	0	0,0	0

$\Sigma P_T(\alpha)_2 = +602{,}0$

$P_{T2} = +602{,}0 / 9 = 66{,}9$ [kW]

Mittlere Leistung während der ausgewerteten Umdrehung : $P_T = (P_{T1} + P_{T2})/2 =$ **62,6 [kW]**

Verhältnis der Leistungen der Zylinderhälften : $P_{T1}/P_{T2} = 0{,}870$ [1]

Datum :.............. **gerechnet :................**

Auswertung einer Messung des TD-Verfahrens